Московский Авиационный Институт (Национальный исследовательский университет)

Лабораторная работа №7

По курсу «Численные методы»

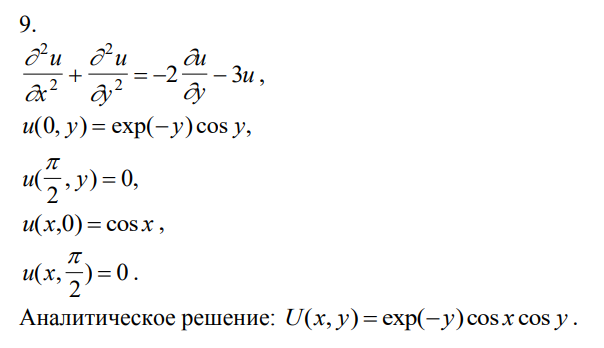
|  |  |
| --- | --- |
| Студент: | Сайгакова А.А. |
| Группа: | М8О-409Б-19 |
| Преподаватель: | Пивоваров Д. Е. |

Москва, 2022

**Задание:**

Решить краевую задачу для дифференциального уравнения эллиптического типа. Аппроксимацию уравнения произвести с использованием центрально-разностной схемы. Для решения дискретного аналога применить следующие методы: метод простых итераций (метод Либмана), метод Зейделя, метод простых итераций с верхней релаксацией. Вычислить погрешность численного решения путем сравнения результатов с приведенным в задании аналитическим решением U(x, y) . Исследовать зависимость погрешности от сеточных параметров

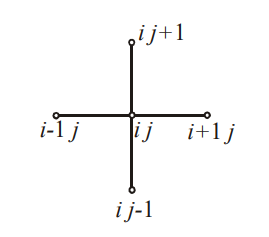
**Вариант:**

****

**Теория:**

В прямоугольнике введём сетку

На этой сетке аппроксимируем дифференциальную задачу во внутренних узлах с помощью отношения конечных разностей по следующей схеме:



Рассмотрим разностно-итерационный метод Либмана. Для простоты изложения этого метода примем h1 = h2 = h :

Процесс Либмана прекращается, когда:

В методе Зейделя в формулу подставляются значения не только с прошлой, но и с текущей итерации:

**Код программы:**

def Libman(n):

u = [0]\*len(x)

for i in range(len(y)):

u[i] = [0]\*len(y)

for i in range(n):

u[i][0] = np.cos(x[i])

u[i][-1] = 0

u[0][i] = np.exp(-y[i])\*np.cos(y[i])

u[-1][i] = 0

for j in range(1,n-1):

u[j][i] = u[0][i] - x[j]\*(u[-1][i]-u[0][i])/m.pi/2

U = copy.deepcopy(u)

u1 = np.zeros((n,n))

norma = 1

eps = 0.0001

while(norma > eps):

for i in range(1,n-1):

for j in range(1,n-1):

U[i][j] = (-u[i+1][j]-u[i-1][j]+(-1-2\*h)\*u[i][j+1]-u[i][j-1])/(-4-2\*h+3\*h\*\*2)

for i in range(n):

for j in range(n):

u1[i,j] = np.abs(U[i][j] - u[i][j])

norma = u1.max()

#print(norma)

#print(u1)

u = copy.deepcopy(U)

return u

def relaxation(n,omega):

u = [0]\*len(x)

for i in range(len(y)):

u[i] = [0]\*len(y)

for i in range(n):

u[i][0] = np.cos(x[i])

u[i][-1] = 0

u[0][i] = np.exp(-y[i])\*np.cos(y[i])

u[-1][i] = 0

for j in range(1,n-1):

u[j][i] = u[0][i] - x[j]\*(u[-1][i]-u[0][i])/m.pi/2

u1 = np.zeros((n,n))

norma = 1

eps = 0.0001

while(norma > eps):

U = copy.deepcopy(u)

for i in range(1,n-1):

for j in range(1,n-1):

u[i][j] += omega \* ((u[i-1][j] + U[i+1][j] + u[i][j-1] + U[i][j+1]) / 4 - U[i][j])

for i in range(n):

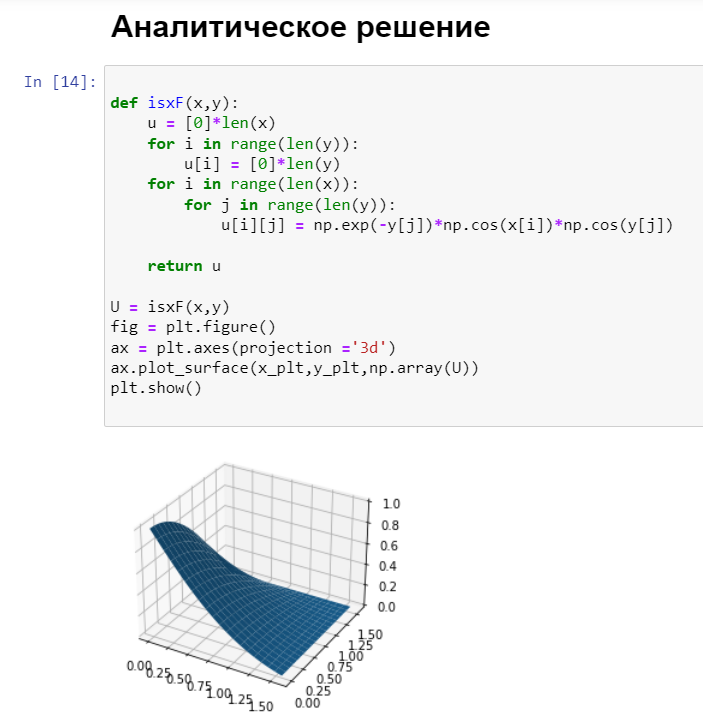
for j in range(n):

u1[i,j] = np.abs(U[i][j] - u[i][j])

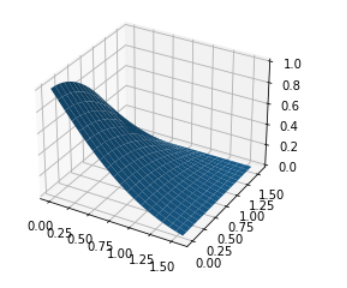
norma = u1.max()

return u

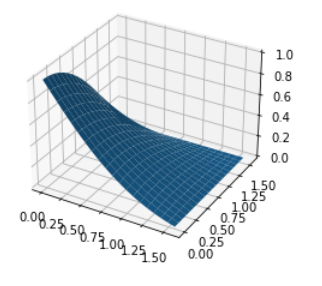
**Результат:**

****

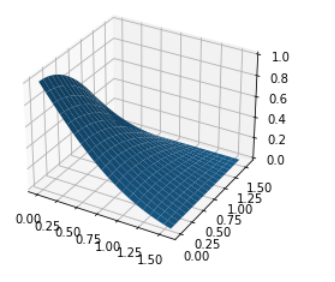
Метод Либмана:



Метод Зейделя:



Метод верхней релаксации (метод Зейделя с параметром 1.5)



**Вывод:**

Я реализовала центрально-разностную схему решения начально-краевой задачи для дифференциального уравнения эллиптического типа и решила дискретный аналог методами Либмана, Зейделя и верхней релаксации. В результате самый неточный результат дал метод Либмана, а самый точный – метод верхней релаксации